

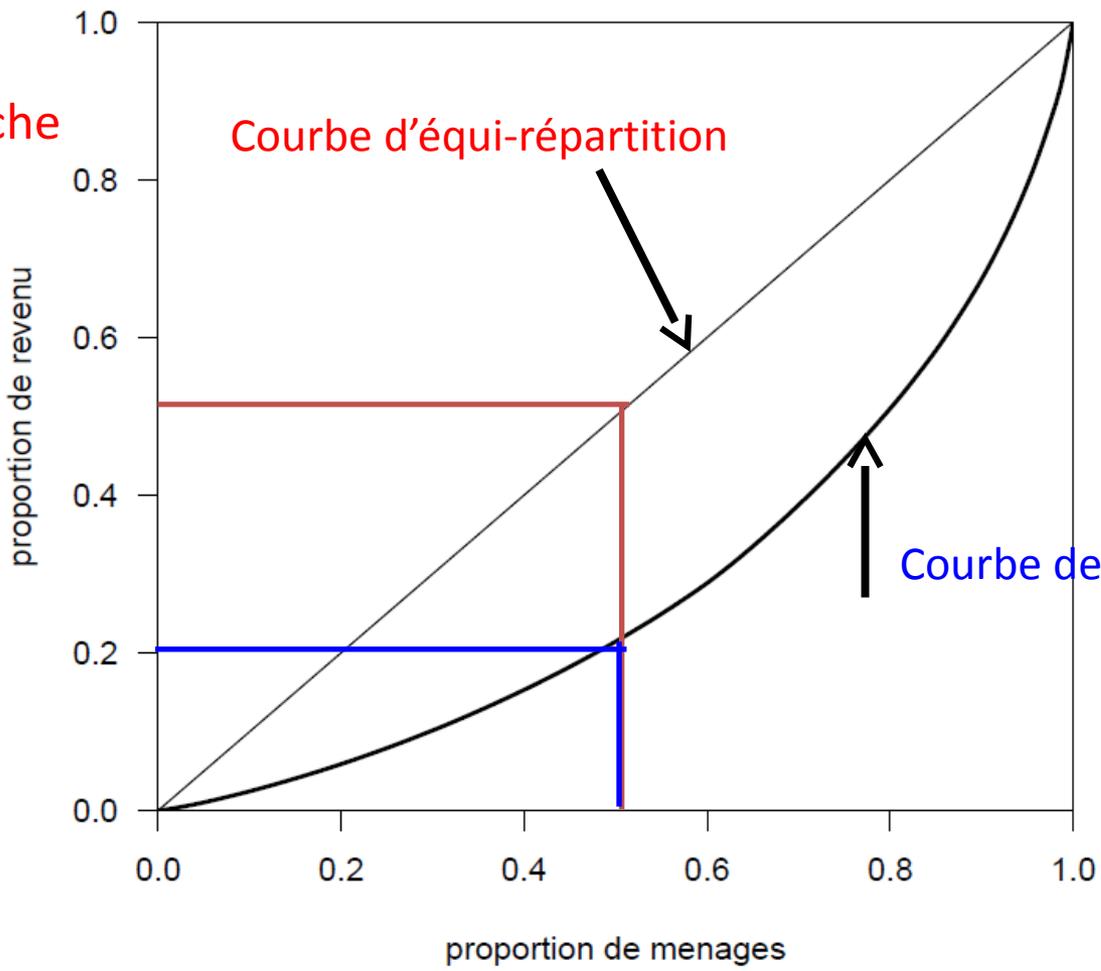
Séance 3

Mesures des inégalités

- Présenter une représentation graphique des inégalités (courbe de Lorenz ou courbe de concentration)
- Calculer un indice synthétique pour mesurer et comparer les inégalités sur différentes populations (Indice de Gini)

Les inégalités de revenus en 1997 dans la région d'Ilocos (Philippines)

50% de la population touche 50% des revenus



Courbe de Lorenz

Les 50% de la population la moins riche touchent 20 % des revenus

La construction de la courbe de Lorenz passe par différentes étapes :

Étape 1 : on classe les individus en fonction de leur

- salaire ;
- patrimoine
- PIB / Hab
- ...

Salariés	Salaires mensuels nets (€)
Dupond	2400
Claude	1350
Garisson	1800
Toto	4500
Martin	4900
Steen	1350
Jefferson	1600
Douglas	1500
Bryan	2400
Marteau	1500
Pertus	2000
Carrière	1300
Bistouri	1700
Birhut	1900
Vasquez	1500
Urena	5000
Ndione	1820
Pauli	1350
Sanchez	5000
Muller	2000
Norma	4900



Salariés	Salaires mensuels nets (€)
1	1300
2	1350
3	1350
4	1350
5	1500
6	1500
7	1500
8	1600
9	1700
10	1800
11	1820
12	1900
13	2000
14	2000
15	2400
16	2400
17	4500
18	4900
19	4900
20	5000
21	5000

Étape 2 : on calcule les effectifs, les fréquences simples et cumulées pour chaque modalité ou classe de valeurs = transformation en tableau condensé

Salaire	Effectifs (n_j)	Fréquences simples (f_j)	Fréquences cumulées croissantes en % (F_j)
1300	1	0,0476	4,76
1350	3	0,142	19,05
1500	3	0,142	33,33
1600	1	0,0476	38,09
1700	1	0,0476	42,86
1800	1	0,0476	47,62
1820	1	0,0476	52,38
1900	1	0,0476	57,14
2000	2	0,0952	66,67
2400	2	0,0952	76,19
4500	1	0,0476	80,95
4900	2	0,0952	90,48
5000	2	0,0952	100
Total	21	1	

Étape 3 : on calcule les masses salariales pour chaque modalité en multipliant les effectifs par le salaire

Salaire	Effectifs (nj)	Fréquences simples (fj)	Fréquences cumulées croissantes en % (Fj)	Salaire x Effectifs
1300	1	0,0476	4,76	1300
1350	3	0,142	19,05	4050
1500	3	0,142	33,33	4500
1600	1	0,0476	38,09	1600
1700	1	0,0476	42,86	1700
1800	1	0,0476	47,62	1800
1820	1	0,0476	52,38	1820
1900	1	0,0476	57,14	1900
2000	2	0,0952	66,67	4000
2400	2	0,0952	76,19	4800
4500	1	0,0476	80,95	4500
4900	2	0,0952	90,48	9800
5000	2	0,0952	100	10000
Total	21			51770

Étape 4 : on calcule les fréquences simples et cumulées pour chaque modalité

Salaire	Effectifs (nj)	Fréquences simples effectifs (fj)	Fréquences cumulées croissantes effectifs en % (Fj)	Salaire * Effectifs ou Masse Salariale x (nj)	Fréquences simples Masse Salariale en % (qj)	Fréquences cumulées Masse Salariale en % (Qj)
1300	1	0,0476	4,76	1300	1300/51770=2,51	2,51
1350	3	0,142	19,05	4050	7,82	10,33
1500	3	0,142	33,33	4500	8,69	19,03
1600	1	0,0476	38,09	1600	3,09	22,12
1700	1	0,0476	42,86	1700	3,28	25,40
1800	1	0,0476	47,62	1800	3,48	28,88
1820	1	0,0476	52,38	1820	3,52	32,39
1900	1	0,0476	57,14	1900	3,67	36,06
2000	2	0,0952	66,67	4000	7,73	43,79
2400	2	0,0952	76,19	4800	9,27	53,06
4500	1	0,0476	80,95	4500	8,69	61,75
4900	2	0,0952	90,48	9800	18,93	80,68
5000	2	0,0952	100	10000	19,32	100
Total	21			51770		

I. Une représentation graphique des inégalités : la courbe de Lorenz

2. Construction

Étape 5 : on sélectionne les deux variables à représenter :

Salaire	Effectifs (nj)	Fréquences simples effectifs (fj)	Fréquences cumulées croissantes effectifs en % (Fj)	Salaire * Effectifs ou Masse Salariale x (nj)	Fréquences simples Masse Salariale en % (qj)	Fréquences cumulées Masse Salariale en % (Qj)
1300	1	0,0476	4,76	1300	1300/51770=2,51	2,51
1350	3	0,142	19,05	4050	7,82	10,33
1500	3	0,142	33,33	4500	8,69	19,03
1600	1	0,0476	38,09	1600	3,09	22,12
1700	1	0,0476	42,86	1700	3,28	25,40
1800	1	0,0476	47,62	1800	3,48	28,88
1820	1	0,0476	52,38	1820	3,52	32,39
1900	1	0,0476	57,14	1900	3,67	36,06
2000	2	0,0952	66,67	4000	7,73	43,79
2400	2	0,0952	76,19	4800	9,27	53,06
4500	1	0,0476	80,95	4500	8,69	61,75
4900	2	0,0952	90,48	9800	18,93	80,68
5000	2	0,0952	100	10000	19,32	100
Total	21			51770		

I. Une représentation graphique des inégalités : la courbe de Lorenz

2. Construction

Étape 5 : on sélectionne les deux variables à représenter :

- en abscisses : fréquences cumulées calculées sur les individus

Salaire	Effectifs (nj)	Fréquences simples effectifs (fj)	Fréquences cumulées croissantes effectifs en % (Fj)	Salaire * Effectifs ou Masse Salariale x (nj)	Fréquences simples Masse Salariale en % (qj)	Fréquences cumulées Masse Salariale en % (Qj)
1300	1	0,0476	4,76	1300	1300/51770=2,51	2,51
1350	3	0,142	19,05	4050	7,82	10,33
1500	3	0,142	33,33	4500	8,69	19,03
1600	1	0,0476	38,09	1600	3,09	22,12
1700	1	0,0476	42,86	1700	3,28	25,40
1800	1	0,0476	47,62	1800	3,48	28,88
1820	1	0,0476	52,38	1820	3,52	32,39
1900	1	0,0476	57,14	1900	3,67	36,06
2000	2	0,0952	66,67	4000	7,73	43,79
2400	2	0,0952	76,19	4800	9,27	53,06
4500	1	0,0476	80,95	4500	8,69	61,75
4900	2	0,0952	90,48	9800	18,93	80,68
5000	2	0,0952	100	10000	19,32	100
Total	21			51770		

I. Une représentation graphique des inégalités : la courbe de Lorenz

2. Construction

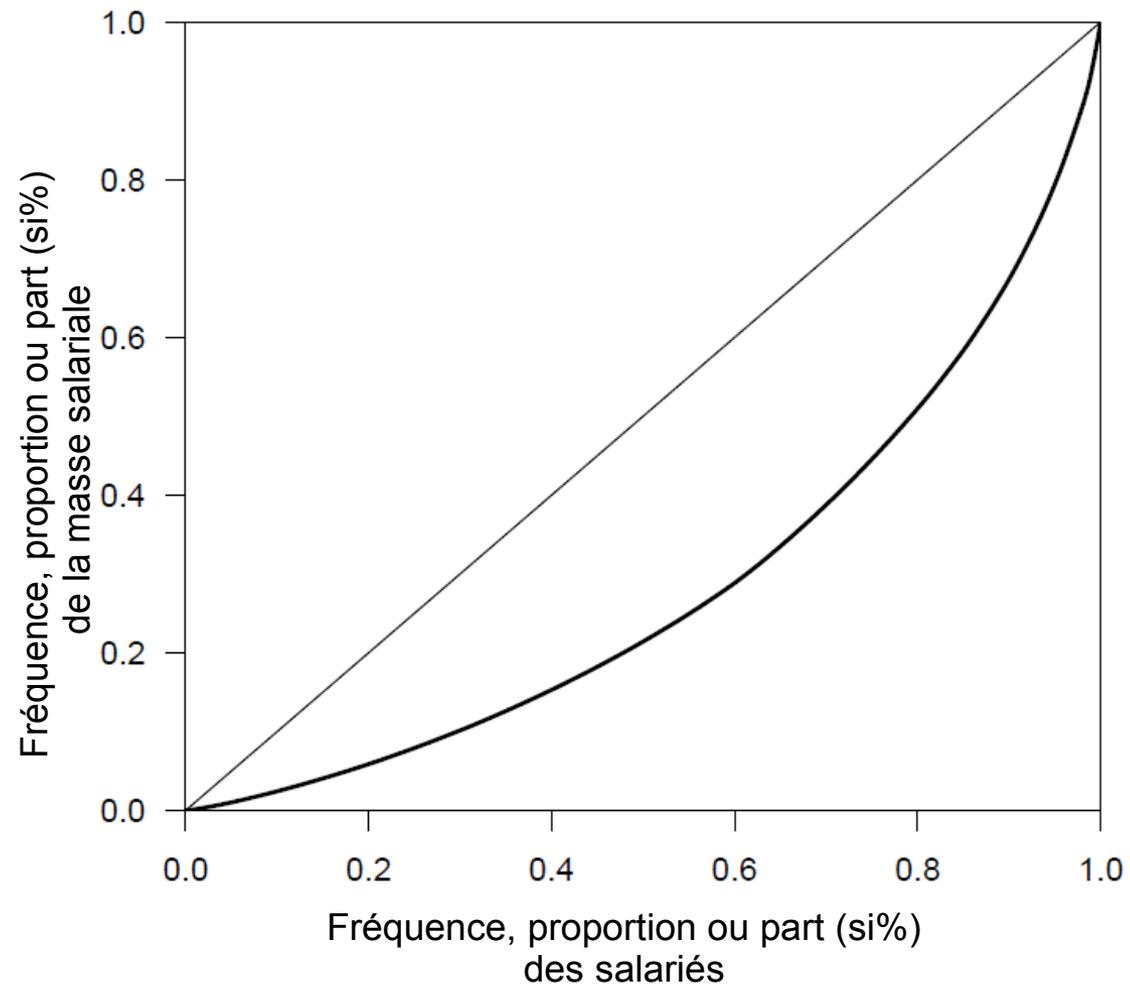
Étape 5 : on sélectionne les deux variables à représenter :

- en abscisses : fréquences cumulées calculées sur les individus

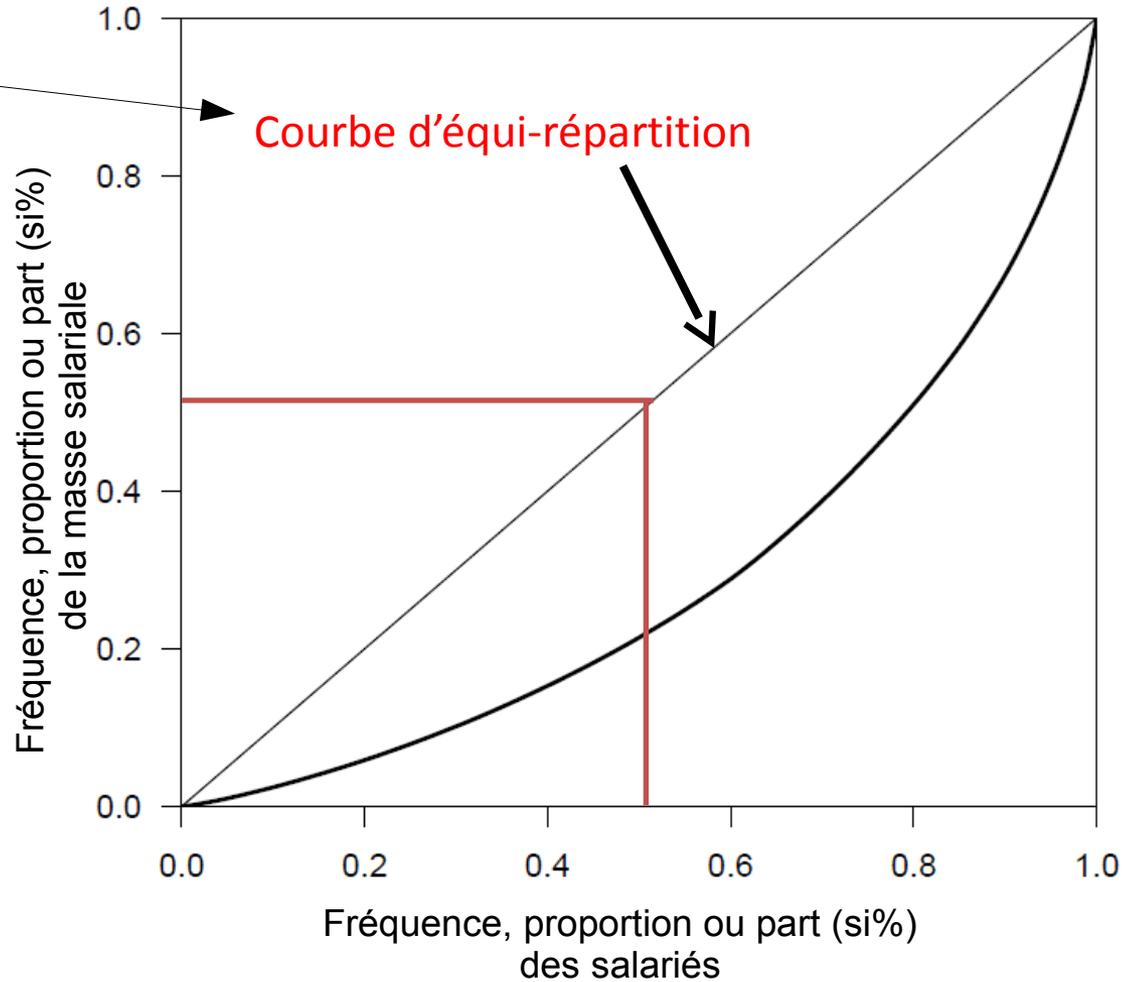
- en ordonnée : fréquences cumulées sur la masse du phénomène étudié

Salaire	Effectifs (nj)	Fréquences simples effectifs (fj)	Fréquences cumulées croissantes effectifs en % (Fj)	Salaire * Effectifs ou Masse Salariale x (nj)	Fréquences simples Masse Salariale en % (qj)	Fréquences cumulées Masse Salariale en % (Qj)
1300	1	0,0476	4,76	1300	1300/51770=2,51	2,51
1350	3	0,142	19,05	4050	7,82	10,33
1500	3	0,142	33,33	4500	8,69	19,03
1600	1	0,0476	38,09	1600	3,09	22,12
1700	1	0,0476	42,86	1700	3,28	25,40
1800	1	0,0476	47,62	1800	3,48	28,88
1820	1	0,0476	52,38	1820	3,52	32,39
1900	1	0,0476	57,14	1900	3,67	36,06
2000	2	0,0952	66,67	4000	7,73	43,79
2400	2	0,0952	76,19	4800	9,27	53,06
4500	1	0,0476	80,95	4500	8,69	61,75
4900	2	0,0952	90,48	9800	18,93	80,68
5000	2	0,0952	100	10000	19,32	100
Total	21			51770		

Les inégalités de salaire dans l'entreprise X



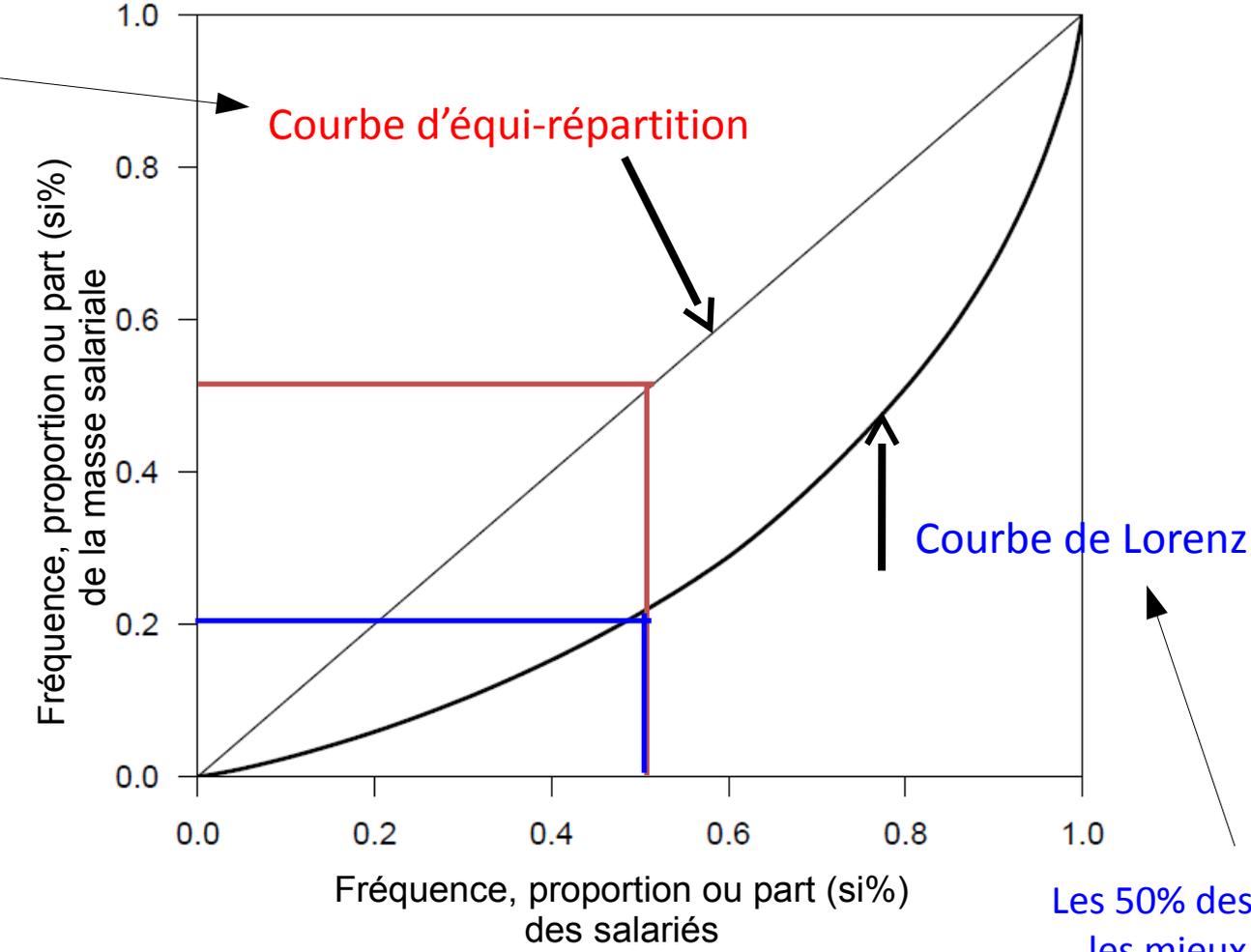
Les inégalités de salaire dans l'entreprise X



50% des salariés perçoivent 50% De la masse salariale totale

Les inégalités de salaire dans l'entreprise X

50% des salariés perçoivent 50% De la masse salariale totale



Les 50% des salariés les mieux payés perçoivent 20% de la masse salariale totale

III. Application : répartition de la production des richesses en Europe en 2013

Question 1 : est-ce un tableau brut ou des étapes ont-elles déjà été réalisées ?

Nom	Population	PIB/Hab
Moldavie	3583288	3698
Ukraine	44291413	7618
Bosnie-Herzégovine	3871643	8307
Albanie	3020209	8850
Macédoine	2091719	10790
Serbie	7209764	11161
Monténégro	650036	11429
Roumanie	21729871	12918
Bulgarie	6924716	15105
Biélorussie	9608058	15654
Croatie	4470534	17649
Russie	142470272	17920
Lettonie	2165165	17952
Chypre	1172458	18440
Lituanie	3505738	19234
Hongrie	9919128	19820
Pologne	38346279	21228
Portugal	10813834	22499
Estonie	1257921	23801
Slovaquie	5443583	24506
Grèce	10775557	24788
République tchèque	10627448	26874
Malte	412655	27771
Slovénie	1988292	28416
Espagne	47737941	29096
Italie	61680122	29264
France	66259012	34305
Andorre	85458	37012
Finlande	5268799	37105
Royaume-Uni	63742977	37306
Danemark	5569077	37942
Irlande	4832765	39398
Allemagne	80996685	39841
Saint-Marin	32742	39888
Belgique	10449361	40357
Suède	9723809	40499
Pays-Bas	16877351	41256
Islande	317351	41311
Autriche	8223062	43901
Suisse	8061516	45934
Norvège	5147792	54820
Luxembourg	520672	81952
Liechtenstein	37313	85761
Monaco	30508	188410

III. Application : répartition de la production des richesses en Europe en 2013

Question 1 : est-ce un tableau brut ou des étapes ont-elles déjà été réalisées ?

Nom	Population	PIB/Hab
Moldavie	3583288	3698
Ukraine	44291413	7618
Bosnie-Herzégovine	3871643	8307
Albanie	3020209	8850
Macédoine	2091719	10790
Serbie	7209764	11161
Monténégro	650036	11429
Roumanie	21729871	12918
Bulgarie	6924716	15105
Biélorussie	9608058	15654
Croatie	4470534	17649
Russie	142470272	17920
Lettonie	2165165	17952
Chypre	1172458	18440
Lituanie	3505738	19234
Hongrie	9919128	19820
Pologne	38346279	21228
Portugal	10813834	22499
Estonie	1257921	23801
Slovaquie	5443583	24506
Grèce	10775557	24788
République tchèque	10627448	26874
Malte	412655	27771
Slovénie	1988292	28416
Espagne	47737941	29096
Italie	61680122	29264
France	66259012	34305
Andorre	85458	37012
Finlande	5268799	37105
Royaume-Uni	63742977	37306
Danemark	5569077	37942
Irlande	4832765	39398
Allemagne	80996685	39841
Saint-Marin	32742	39888
Belgique	10449361	40357
Suède	9723809	40499
Pays-Bas	16877351	41256
Islande	317351	41311
Autriche	8223062	43901
Suisse	8061516	45934
Norvège	5147792	54820
Luxembourg	520672	81952
Liechtenstein	37313	85761
Monaco	30508	188410

Question 2 : Quelles sont les deux variables qui au final seront représentées sur la courbe de concentration ou de Lorenz ?

III. Application : répartition de la production des richesses en Europe en 2013

Question 1 : est-ce un tableau brut ou des étapes ont-elles déjà été réalisées ?

Nom	Population	PIB/Hab
Moldavie	3583288	3698
Ukraine	44291413	7618
Bosnie-Herzégovine	3871643	8307
Albanie	3020209	8850
Macédoine	2091719	10790
Serbie	7209764	11161
Monténégro	650036	11429
Roumanie	21729871	12918
Bulgarie	6924716	15105
Biélorussie	9608058	15654
Croatie	4470534	17649
Russie	142470272	17920
Lettonie	2165165	17952
Chypre	1172458	18440
Lituanie	3505738	19234
Hongrie	9919128	19820
Pologne	38346279	21228
Portugal	10813834	22499
Estonie	1257921	23801
Slovaquie	5443583	24506
Grèce	10775557	24788
République tchèque	10627448	26874
Malte	412655	27771
Slovénie	1988292	28416
Espagne	47737941	29096
Italie	61680122	29264
France	66259012	34305
Andorre	85458	37012
Finlande	5268799	37105
Royaume-Uni	63742977	37306
Danemark	5569077	37942
Irlande	4832765	39398
Allemagne	80996685	39841
Saint-Marin	32742	39888
Belgique	10449361	40357
Suède	9723809	40499
Pays-Bas	16877351	41256
Islande	317351	41311
Autriche	8223062	43901
Suisse	8061516	45934
Norvège	5147792	54820
Luxembourg	520672	81952
Liechtenstein	37313	85761
Monaco	30508	188410

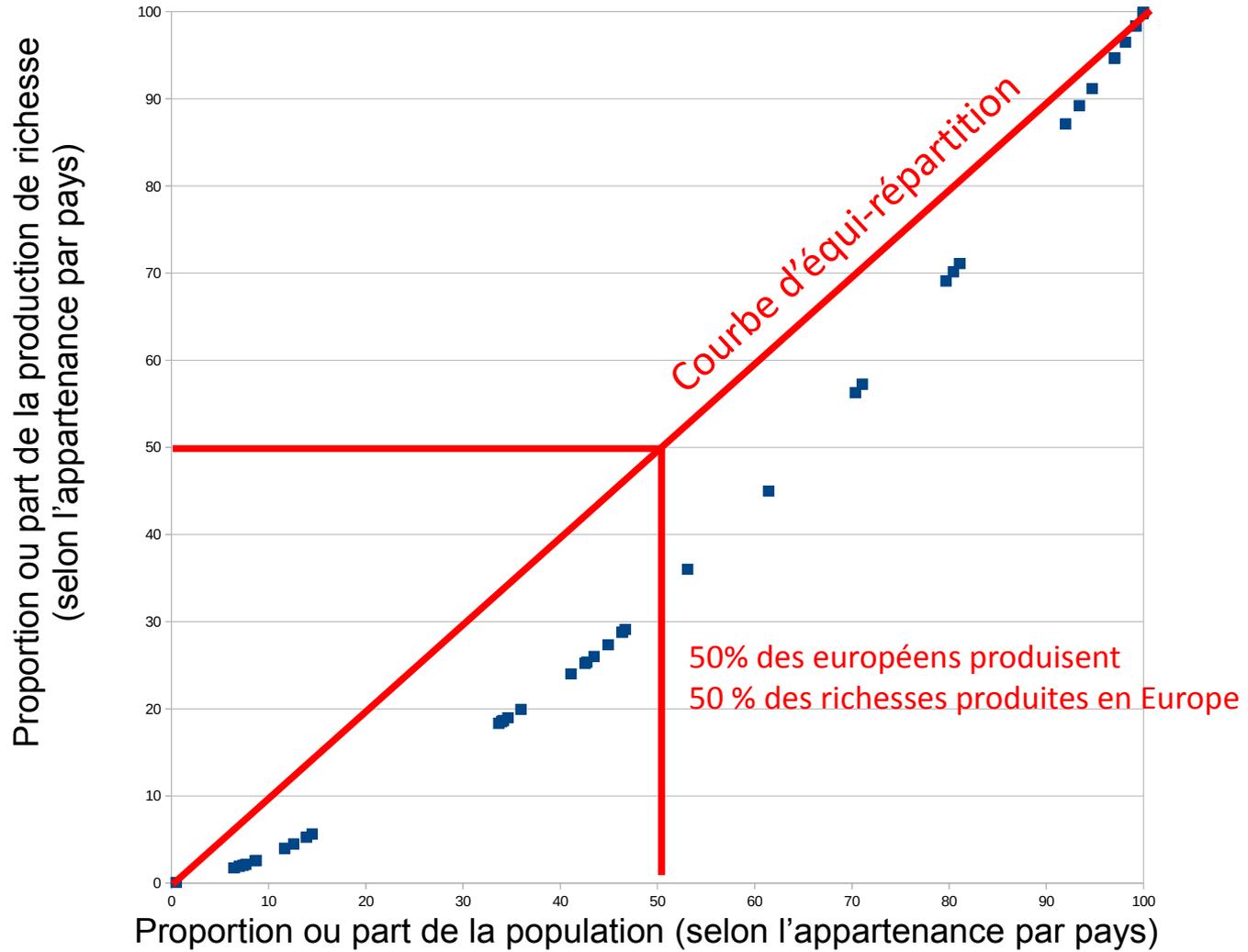
Question 2 : Quelles sont les deux variables qui au final seront représentées sur la courbe de concentration ou de Lorenz ?

Question 3 : A partir des deux variables quantitatives initiales combien de variables intermédiaires devons-nous calculer avant d'obtenir les deux variables à représenter ?

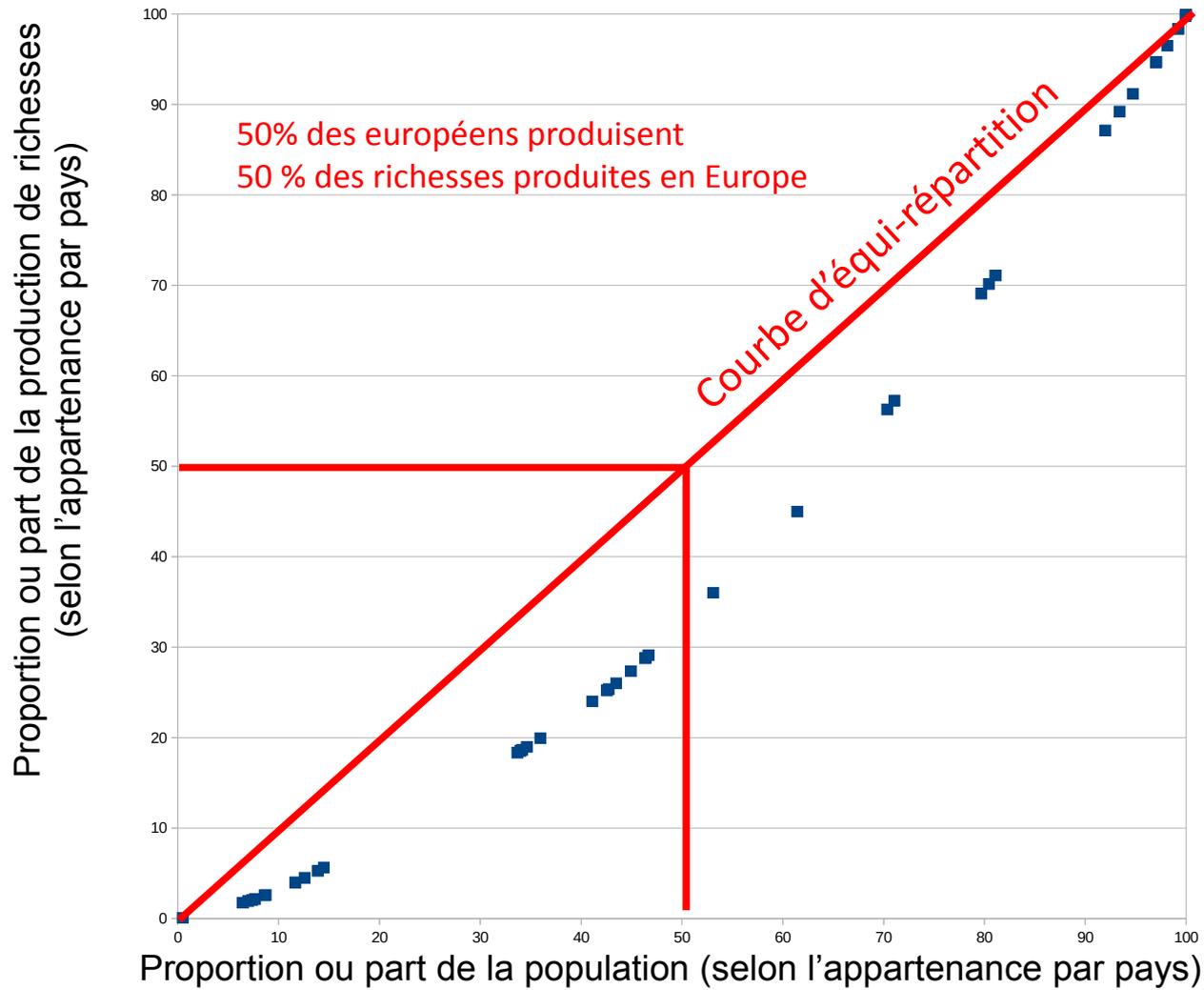
Question 4 : Construire la courbe de Lorenz ou courbe de concentration

Question 5 : Calculer graphiquement l'indice de GINI

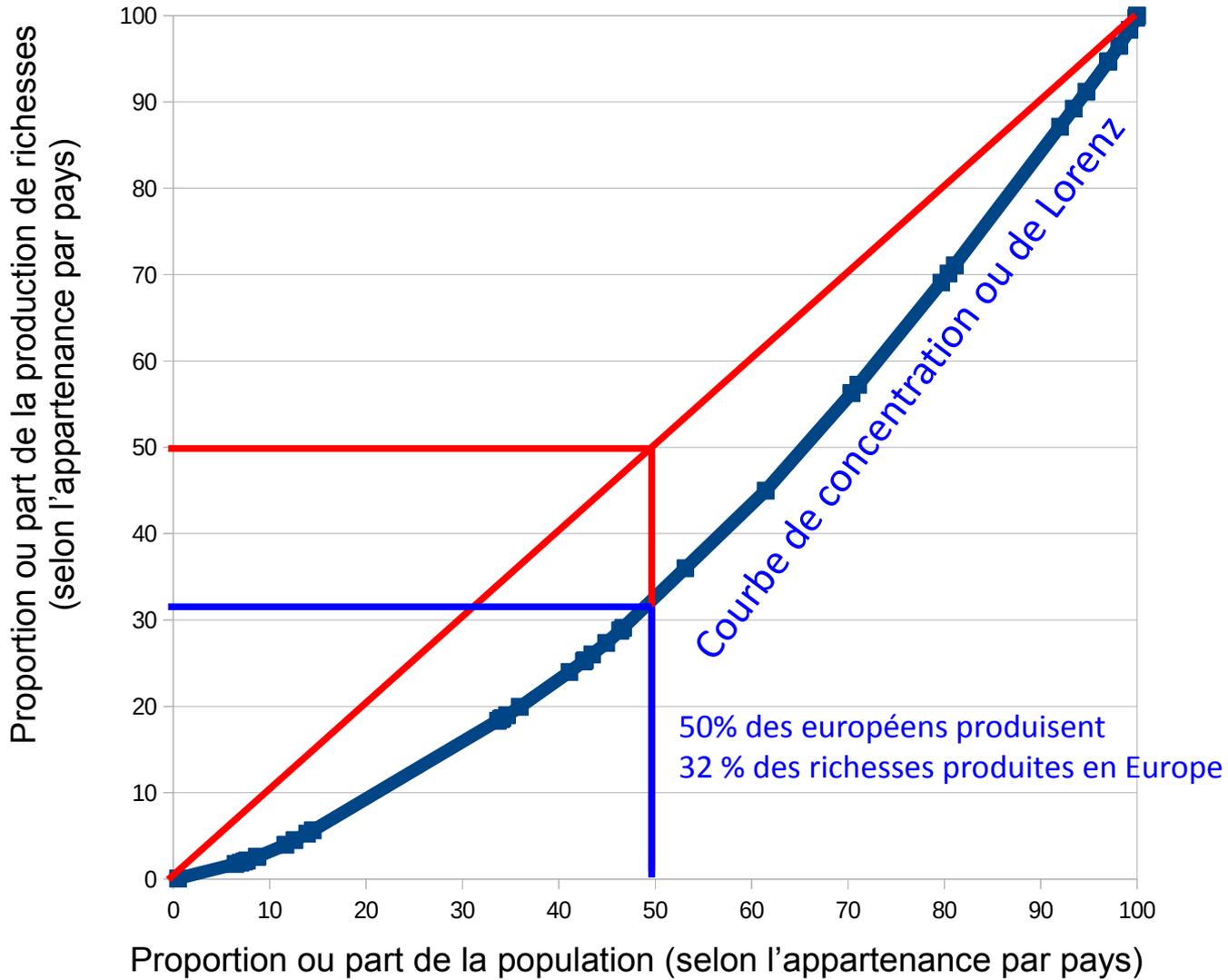
Inégalités des richesses produites (PIB/habitants) selon le pays d'Europe en 2013



Inégalités des richesses produites (PIB/habitants) selon le pays d'Europe en 2013



Inégalités des richesses produites (PIB/habitants) selon le pays d'Europe en 2013



➤ **INDICE DE GINI**

Définition: mesure du degré d'inégalité d'une distribution

Notation: I_g

Propriétés: compris entre 0 et 1

0 = égalité parfaite entre les individus

1 = inégalité totale

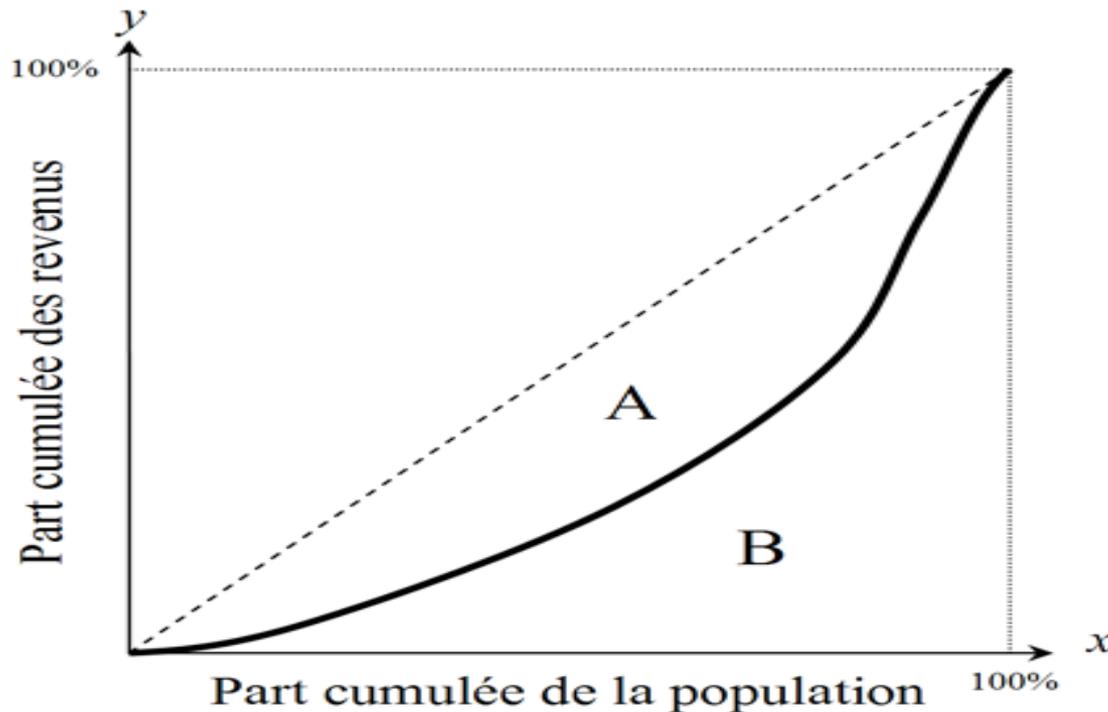
Calcul 1: méthode graphique

$$IG = \frac{2 * \text{surface de concentration}}{\text{Surface du carré}}$$

$$IG = A / (A + B) = A / (\text{surface du carré} / 2)$$



IG=0.28



Calcul 1:

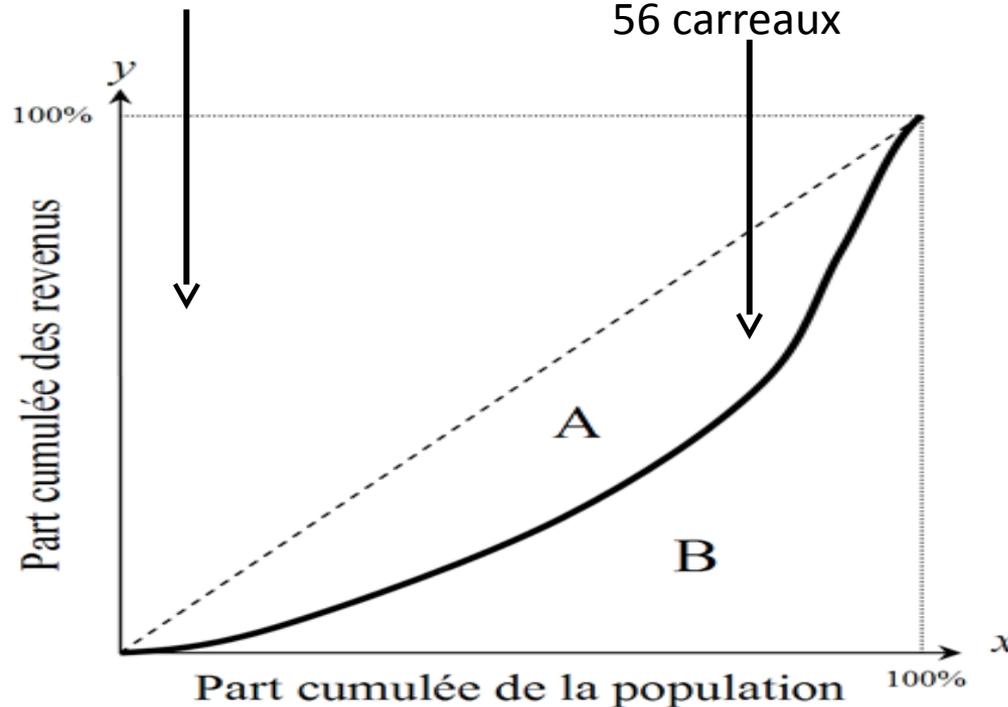
$$I_g = \frac{2 * \text{surface de concentration}}{\text{Surface du carré}}$$

$$I_g = 2 * 56 / 400$$

➔ $I_g = 0.28$

Surface du carré = 400
carreaux

Surface de concentration =
56 carreaux



IV. Annexe : calcul de l'indice de Gini par la méthode des trapèzes

➤ INDICE DE GINI

Calcul 2 : méthode des trapèzes

$$I_g = 1 - \left[\frac{1}{100^2} \times \sum_{i=1}^n f_j (Q_{j-1} + Q_j) \right]$$

f_j : fréquence simple des effectifs de la ligne j

Q_j : fréquence cumulée du salaire de la ligne j

Q_{j-1} : fréquence cumulée du salaire de la ligne précédente

IV. Annexe : calcul de l'indice de Gini par la méthode des trapèzes

Etape 1 : on calcule les salaires pour chaque modalité en multipliant les effectifs par le salaire

Salaire	Effectifs (nj)	Salaire x nj
1300	1	1300
1350	3	4050
1500	3	4500
1600	1	1600
1700	1	1700
1800	1	1800
1820	1	1820
1900	1	1900
2000	2	4000
2400	2	4800
4500	1	4500
4900	2	9800
5000	2	10000
Total	21	51770

IV. Annexe : calcul de l'indice de Gini par la méthode des trapèzes

Etape 2 : on calcule les fréquences simples des effectifs en %

Salaire	Effectifs	Salaire x nj	Fréquences simples des effectifs en % (fj)
1300	1	1300	4,76
1350	3	4050	14,29
1500	3	4500	14,29
1600	1	1600	4,76
1700	1	1700	4,76
1800	1	1800	4,76
1820	1	1820	4,76
1900	1	1900	4,76
2000	2	4000	9,52
2400	2	4800	9,52
4500	1	4500	4,76
4900	2	9800	9,52
5000	2	10000	9,52
Total	21	51770	100

IV. Annexe : calcul de l'indice de Gini par la méthode des trapèzes

Etape 3 : on calcule les fréquences simples et cumulées des salaires en %

Salaire	Effectifs	Salaire x nj	Fréquences simples des effectifs en % (fj)	Fréquences simples des salaires en % (qj)	Fréquences cumulées des salaires en % (Qj)
1300	1	1300	4,76	2,51	2,51
1350	3	4050	14,29	7,82	10,33
1500	3	4500	14,29	8,69	19,03
1600	1	1600	4,76	3,09	22,12
1700	1	1700	4,76	3,28	25,40
1800	1	1800	4,76	3,48	28,88
1820	1	1820	4,76	3,52	32,39
1900	1	1900	4,76	3,67	36,06
2000	2	4000	9,52	7,73	43,79
2400	2	4800	9,52	9,27	53,06
4500	1	4500	4,76	8,69	61,75
4900	2	9800	9,52	18,93	80,68
5000	2	10000	9,52	19,32	100
Total	21	51770	100	100	

IV. Annexe : calcul de l'indice de Gini par la méthode des trapèzes

Etape 4 : on calcule $Q_{j-1}+Q_j$

Salaire	Effectifs	Salaire x n_j	Fréquences simples des effectifs en % (f_j)	Fréquences simples des salaires en % (q_j)	Fréquences cumulées des salaires en % (Q_j)	Fréquences cumulées : $Q_{j-1}+Q_j$
1300	1	1300	4,76	2,51	2,51	2,51
1350	3	4050	14,29	7,82	10,33	2,51+10,33=12,85
1500	3	4500	14,29	8,69	19,03	10,33+19,03=29,36
1600	1	1600	4,76	3,09	22,12	41,14
1700	1	1700	4,76	3,28	25,40	47,52
1800	1	1800	4,76	3,48	28,88	54,28
1820	1	1820	4,76	3,52	32,39	61,27
1900	1	1900	4,76	3,67	36,06	68,46
2000	2	4000	9,52	7,73	43,79	79,85
2400	2	4800	9,52	9,27	53,06	96,85
4500	1	4500	4,76	8,69	61,75	114,82
4900	2	9800	9,52	18,93	80,68	142,44
5000	2	10000	9,52	19,32	100	180,68

IV. Annexe : calcul de l'indice de Gini par la méthode des trapèzes

Etape 5 : on multiplie $Q_{j-1}+Q_j$ par les fréquences simples des effectifs (f_j)

Salaire	Effectifs	Salaire x n_j	Fréquences simples des effectifs en % (f_j)	Fréquences simples des salaires en % (q_j)	Fréquences cumulées des salaires en % (Q_j)	$Q_{j-1}+Q_j$	$f_j \times$ ($Q_{j-1}+Q_j$)
1300	1	1300	4,76	2,51	2,51	2,51	11,95
1350	3	4050	14,29	7,82	10,33	12,85	183,50
1500	3	4500	14,29	8,69	19,03	29,36	419,44
1600	1	1600	4,76	3,09	22,12	41,14	195,92
1700	1	1700	4,76	3,28	25,40	47,52	226,28
1800	1	1800	4,76	3,48	28,88	54,28	258,47
1820	1	1820	4,76	3,52	32,39	61,27	291,77
1900	1	1900	4,76	3,67	36,06	68,46	325,98
2000	2	4000	9,52	7,73	43,79	79,85	760,51
2400	2	4800	9,52	9,27	53,06	96,85	922,39
4500	1	4500	4,76	8,69	61,75	114,82	546,74
4900	2	9800	9,52	18,93	80,68	142,44	1 356,55
5000	2	10000	9,52	19,32	100	180,68	1 720,80
Total	21	51770	100	100			7220,30

IV. Annexe : calcul de l'indice de Gini par la méthode des trapèzes

Etape 6 : on calcule l'indice de Gini

$$I_g = 1 - \left[\frac{1}{100^2} \times \sum_{i=1}^n f_j (Q_{j-1} + Q_j) \right]$$

 $I_g = 1 - \left(\frac{1}{100^2} * 7220.3 \right)$

$$I_g = 0.28$$