Sujet Projet MIGS M2

Théorie spectrale des graphes et méthodes d'apprentissage

Encadrant	Samuel Vaiter
Adresse e-mail	samuel.vaiter@u-bourgogne.fr

Contexte

La théorie spectrale des graphes est un sujet de recherche actuellement en pleine croissance, avec des retombées que cela soit au niveau théorique ou applicatif. Par exemple, Marcus, Spielman and Srivastava [3] ont demontrés un résultat portant sur ce que l'on appelle la *sparsification* des graphes, c'est à dire étant donne un graphe "dense" G, existe-t-il un graphe G' avec moins d'arrêtes ayant la même structure que G ? Ce résultat est lui même la base de la démonstration du problème de Kadison–Singer [2], une conjecture en analyse fonctionelle. Au niveau applicatif, c'est maintenant un outil très utilisé en apprentissage pour le partitionnement de données ou l'imagerie [4], l'analyse des réseaux (en particulier électriques [1]) ou encore le traitement du signal [5]. L'application la plus populaire est surement celle du partionnement semi-supervisé de données, à savoir étant donné un graphe (V, E, w), on se donne un sous-ensemble de noeuds $A \subset V$ et l'on cherche à déterminer une fonction $f^\circ : V \to \mathbb{R}$ en connaissant seulement une partie de celle-ci $(y_i = f^\circ(v_i))_{i \in A}$. Il s'agit également d'un outil permettant d'analyser le problème du *PageRank*, à la base du moteur de recherche Google.

Objectif du projet

L'objectif principal du projet sera d'initier l'étudiant à cette thématique. Aucune connaissance préalable en théorie des graphes n'est requise, mais un niveau correct en analyse et en algèbre linéaire est souhaitable. Par la suite, l'accent pourra être porté sur des questions théoriques, via notamment l'étude d'articles de recherche, ou bien orienté sur des problèmes concrets. L'implémentation de ces méthodes sera faite dans le langage du choix de l'étudiant, avec une préférence pour Python, Julia ou Matlab.

Bibliographie

[1] P. Christiano, J. A. Kelner, A. Madry, D. A. Spielman, and S. Teng. "Electrical flows, laplacian systems, and faster approximation of maximum flow in undirected graphs". In: *Proceedings of the forty-third annual ACM symposium on Theory of computing*. ACM. 2011, pp. 273–282.

[2] R. V. Kadison and I. M. Singer. "Extensions of pure states". In: *American Journal of Mathematics* 81.2 (1959), pp. 383–400.

[3] A. W. Marcus, D. A. Spielman, and N. Srivastava. "Interlacing families II: Mixed characteristic polynomials and the Kadison–Singer problem". In: *Annals of Mathematics* 182.1 (2013), pp. 327–350.

[4] J. Shi and J. Malik. "Normalized cuts and image segmentation". In: *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence* 22.8 (2000), pp. 888–905.

[5] D. I. Shuman, S. K. Narang, P. Frossard, A. Ortega, and P. Vandergheynst. "The emerging field of signal processing on graphs: Extending high-dimensional data analysis to networks and other irregular domains". In: *IEEE Signal Processing Magazine* 30.3 (2013), pp. 83–98.